2nd Lecture of Operation Research 2

Note That:

*Dual of the dual is primal.

*Feasibility depends on constraints.

Example no. 1:

$\text{Min } Z = 3X_1 + 2X_2$

S.T:

$3X_1 + X_2 \geq 3$

$4X_1 + 3X_2 \geq 6$

$X_1 + X_2 \leq 3$

$X_1, X_2 \geq 0$

1- Solve the problem using Dual simplex method (Solve without using artificial).

2- Show graphically the path followed by the solution.

Solution

أول حاجة عندى على المسألة لازم أحول كل الـ ≥ greater than إلى ≤ Less than يبقى هضرب كل الـ Constraints اللى فيها ≥ فى سالب علشان أحولها إلى ≤

$-3X_1 - X_2 \leq -3$

$-4X_1 - 3X_2 \leq -6$

$X_1 + X_2 \leq 3$

$X_1, X_2 \geq 0$

تانى حاجة هعمل الـ Standard form

Standard form:

$\text{Min } Z = 3X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$

$-3X_1 - X_2 + S_1 = -3$

$-4X_1 - 3X_2 + S_2 = -6$

$X_1 + X_2 + S_3 = 3$

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

بعد كده هبدأ أكون جدول الـ Simplex .. هاخد معاملات الـ Variables اللى فى الـ Objective fun. بأشارة مخالفة وهحطها فى Z- row و بعد كده معاملات الـ Constrains بأشارتهم فى صفوف الأساس

Basic	X1	X2	S1	S2	S3	Sol.
Z	-3	-2	0	0	0	0
S1	-3	-1	1	0	0	-3
S2	-4	-3	0	1	0	-6
S3	1	1	0	0	1	3

حطيت المعاملات بتاعت الـ Constraints والـ Objective fun. وباقى الخانات مليتها بالقاعدة المعروفة X1 مع X1 بواحد وباقى العمود بأصفار

*هلاحظ إن المسألة Min وصف الـ Z فى الجدول صفر وسالب طب ما يبقى كده المسألة محلولة .. هقولك لا الكلام ده لما أكون عايز أحل بالـ Primary Simplex لكن لما أكون عايز أحل بالـ Dual Simplex المشكلة عندى هتبقى

فى الـ Feasibility مش فى الـ Optimality .

يعنى أيه؟ يعنى أنا فى المسألة عندى الـ Optimality مظبوطة لكن الـ Feasibility اللى هى R.H.S اللى هى عمود الـ Solution فيه سالب وانا عارف إن الـ R.H.S لازم يكون موجب .. الـ Dual Simplex بقى هو اللى هيحللى المشكلة دى زى ما الـ Primary Simplex بيحللى مشكلة الـ Optimality .

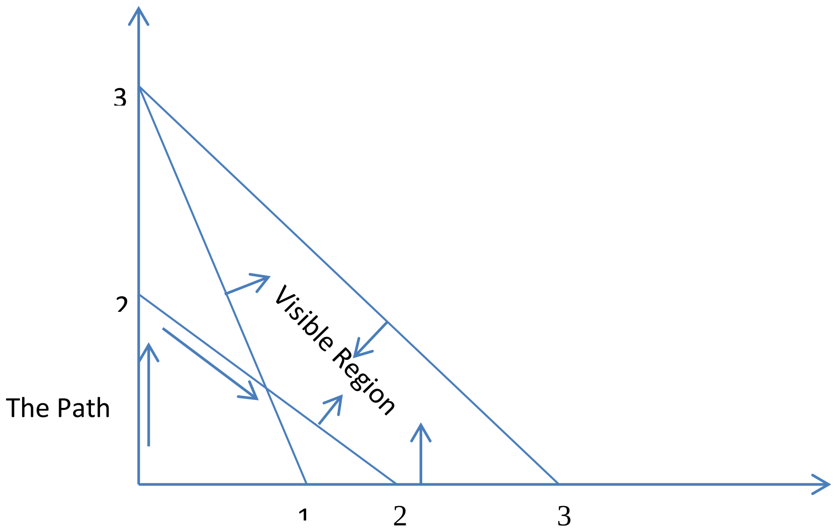
So Note that:

*In dual simplex the problem is the visibility.
*In Primal the problem is the optimality.

هبدأ أحل أزاى ؟
أولا هبدأ بتحديد الـ Leaving variable وهو الـ More negative فى عمود الـ Solution اللى هو
هيبقى عندى 6- اللى هو S2 .
بعد كده هحدد Entering Variable .. هقسم الـ Coefficient of Basic Variables in Obj. Fun.
على الصف بتاع الـ Leaving Variable والناتج الاقل هختاره Entering variable يعنى عندى
هقسم الـ 3- على 4- هيطلعلى 3/4 وهقسم الـ 2- على 3- هيطلعلى 2/3 الأقل هو 2/3 يبقى الـ E.V
هو X2 والـ 3- هو الـ Pivot element .
هقسم صف الـ Leaving Variable على الـ Pivot element وهطلع صف الـ X2 الجديد.
وهكذا لغاية أما أخلى عمود الـ Solution كله موجب وبكده انتهى الحل

Basic	X1	X2	S1	S2	S3	Sol.
Z	-3	-2	0	0	0	0
S1	-3	-1	1	0	0	-3
S2	-4	-3	0	1	0	-6
S3	1	1	0	0	1	3
Z	-1/3	0	0	-2/3	0	4
S1	-5/3	0	1	-1/3	0	-1
X2	4/3	1	0	-1/3	0	2
S3	-1/3	0	0	1/3	1	1
Z	0	0	-1/5	-3/5	0	21/5
X1	1	0	-3/5	1/5	0	3/5
X2	0	1	4/5	-3/5	0	6/5
S3	0	0	-1/5	2/5	1	6/5

2- Show graphically the path followed by the solution.



Generalized Simplex Method:

فى الطريقة اللى فاتت اللى هى الـ Dual Simplex Method كانت المشكله بتبقى فى الـ Feasibility او بمعنى أصح فى عمود الـ Solution أنما فى الطريقة دى المشكلة بتكون فى عمود الـ Solution علشان بيبقى فيه قيم سالبة وفى نفس الوقت فى مشكلة فى Optimality اللى هو صف الـ Z .

والحل زى الطريقة اللى فاتت بالظبط.

Example no. 2:

Solve the following problem with Generalized Simplex Method.

Max $Z = 0 X_1 + 0 X_2 + 2 X_3$

S.T:

$- X_1 + 2 X_2 - 2 X_3 \geq 8$

طبعا دى لازم تحول الـ greater than إلى Less than هضرب فى سالب وأغير الإشارة

$X_1 - 2 X_2 + 2 X_3 \leq -8$

باقى الـ Constraints أقل من مش محتاجين تحويل

$-X_1 + X_2 + X_3 \leq 4$

$2 X_1 - X_2 + 4 X_3 \leq 10$

$X_1 , X_2 , X_3 \geq 0$

هعمل Standard Form وهكون جدول الـ Simplex وهبدأ أحل عادى زى الطريقة اللى فاتت.

Basic	X1	X2	X3	S1	S2	S3	Sol.
Z	0	0	-2	0	0	0	0
S1	1	-2	2	1	0	0	-8
S2	-1	1	1	0	1	0	4
S3	2	-1	4	0	0	1	10